# Постановка задач линейного программирования

**Общие термины**

Что такое Задача логического программирования (ЗЛП) – это определение упорядоченной совокупности переменных, при которых линейная целевая функция достигает экстремального значения и при этом удовлетворяются все ограничения

Линейное программирование (ЛП) — это направление математического программирования, изучающее методы решения экстремальных задач, которые характеризуются линейной зависимостью между переменными и линейным критерием.

**Общая формулировка**

В общей постановке задача линейного программирования (ЗЛП) формулируется следующим образом.

Имеются какие-то переменные x = (x1, x2,…, xn) и линейная функция этих переменных, которая носит название целевой функции. Ставится задача: найти экстремум (максимум или минимум) целевой функции при условии, что переменные x удовлетворяют системе линейных равенств и/или неравенств. Классическими примерами практических задач, сводящихся к задаче линейного программирования, являются задача о диете, а также задача о составлении плана производства.

В задаче о диете составляется наиболее экономный (т.е. наиболее дешевый) рацион питания животных, удовлетворяющий определенным медицинским требованиям. При этом в качестве переменных x1, x2,…, xn выступают количества продуктов питания, используемых в рационе.

Задачу о составлении плана производства рассмотрим более подробно. Пусть некоторая производственная единица (предприятие, цех, отдел и т.д.) может производить n видов товаров G1, G2,…, Gn, используя при этом m видов сырьевых ресурсов R1, R2,…,Rm, запасы которых ограничены величинами b1, b2,…,bm.

Технологией производства товара Gj назовем набор чисел aij, показывающий, какое количество i-го ресурса необходимо для производства единицы товара Gj. 4 Это можно записать в виде технологической матрицы, которая полностью описывает технологические потребности производства и элементами которой являются числа aij.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | G1 | G2 | … | Gn |
| R1 | A11 | A12 | … | A1n |
| R2 | A21 | A22 | … | A2n |
| … | … | … | … | … |
| Rn | Am1 | Am2 | … | Amn |

Предположим также, что известны цены реализации единицы каждого товара с1, с2, …, сn. Обозначим через x1, x2, …, xn планируемое производство единиц товаров G1, G2,…, Gn. В силу имеющейся технологической матрицы для этого потребуется:

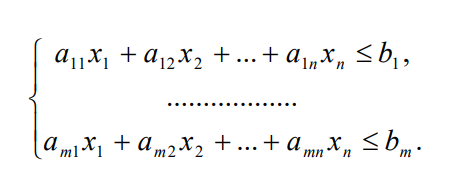
a11x1+a12x2+…+a1nxn – ресурса R1,

a21x1+a22x2+…+a2nxn – ресурса R2,

……………………………………….

am1x1+am2x2+…+amnxn – ресурса Rm.

С учетом ограничений на запасы ресурсов, а также очевидных условий неотрицательности переменных x1, x2,…, xn получим следующую систему линейных неравенств:

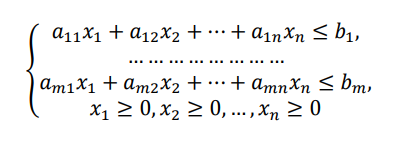


Естественно предположить, что целью производственной единицы является получение максимальной выручки за произведенную продукцию, т.е. максимизация функции:

F=c1x1+c2x2+…+cnxn.

Таким образом, с учетом естественного требования неотрицательности переменных получаем линейную оптимизационную задачу, которая может быть представлена в следующей формальной записи:

F=c1x1+c2x2+…+cnxn→max



**Таким образом получен исходный вид задачи ЛП, и поставлена математическая задача**

Рассмотрим на конкретном примере

Пусть некоторая производственная единица (предприятие, цех, отдел и т.д.) может производить 4 вида товаров, используя при этом 3 вида сырьевых ресурсов, запасы которых ограничены величинами:

Проводники – 200 ед.

Текстолит 500 ед.

Микропроцессоры – 30 ед.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Одноплатный компьютер | маршрутизатор | Смартфон | Микросхема |
| Проводники | 10 | 20 | 8 | 15 |
| Текстолит | 30 | 10 | 10 | 30 |
| Микропроцессоры | 2 | 3 | 5 | 1 |
|  |  |  |  |  |

известны цены реализации единицы каждого товара

Одноплатный компьютер – 3100 руб.

Маршрутизатор – 4200 руб.

Смартфон – 7000 руб.

Микросхема -2000 руб

Цель – заработать как можно больше с продажи товара

F=3100\*x1+4200\*x2+7000\*x3+2000\*x4 ->max

Где Xn – количество произведенного товара

Теперь система уравнений. Она составляется построчно:

**Теперь ЗЛП поставлена:**

F=(3000\*x1+5000\*x2+10000\*x3+1500\*x4) ->max

Решить такую систему можно при помощи python

Докачаем библиотеку, в которой уже реализован функционал решения таких задач

pip install pulp

Теперь подключаем в нашем скрипте модуль

from pulp import \*

Для нашего примера получим следующий скрипт

from pulp import \*

import time

x1 = pulp.LpVariable("x1", lowBound=0, cat=LpInteger)

x2 = pulp.LpVariable("x2", lowBound=0, cat=LpInteger)

x3 = pulp.LpVariable("x3", lowBound=0, cat=LpInteger)

x4 = pulp.LpVariable("x4", lowBound=0, cat=LpInteger) #определяем переменные кол-ва товара

problem = pulp.LpProblem('0', LpMaximize) #условие на максимум

problem += 3100\*x1+4200\*x2+7000\*x3+2000\*x4, "Функция цели" #переносим матрицу

problem += 10\*x1+20\*x2+8\*x3+15\*x4<=200, "1"

problem += 20\*x1+10\*x2+10\*x3+30\*x4<=500, "2"

problem += 2\*x1+3\*x2+5\*x3+1\*x4<=30, "3"

problem.solve() #запускаем расчет

print ("Результат:")

for variable in problem.variables():

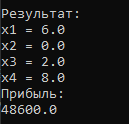
    print (variable.name, "=", variable.varValue)

print ("Прибыль:")

print (value(problem.objective))

Запускаем скрипт через терминал командой python main.py

И получаем наше решение



**Вывод:** при данных вводных параметрах выгоднее всего делать микросхемы, а на остаток материалов другого типа произвести несколько компьютеров и два телефона. Так получилось добиться прибыли около 48600 руб.

# **Задание на закрепление**

попробовать создать такие условия, чтобы было выгодно производить

А) только телефоны

Б) все типы продуктов

В) попробовать минимизировать прибыль